

ИЗВИНИТЕ, ВЫ СКАЗАЛИ «ОДНОПИКСЕЛЬНАЯ КАМЕРА»?

Ученые из Университета Райса (США) сконструировали фотокамеру, способную делать снимки, используя всего один пиксель-циклоп

КОНСТАНТИН ЗЛОСЧАСТЬЕВ (K. ZLOSHCHASTIEV)

Philosophiæ Doctor в области физики

Параллельно слегка поднадоевшей гонке за мегапикселями производителей цифровых камер наметилась свежая тенденция. Камера, основанная на Цифровой Микрзеркальной (DMD) технологии, способна переводить изображения в цифровой формат без использования мультипиксельных CCD или CMOS матриц, конвертирующих оптическое изображение в миллионы чисел. Среди перспективных преимуществ новой технологии, напоминающей аналоговый оптический компьютер, можно упомянуть значительное сокращение энергопотребления и размеров необходимой памяти, увеличение скорости обработки, уменьшение габаритов и расширение диапазона улавливаемых электромагнитных волн до рентгеновских волн, волн с частотой несколько терагерц и даже радиоволн.

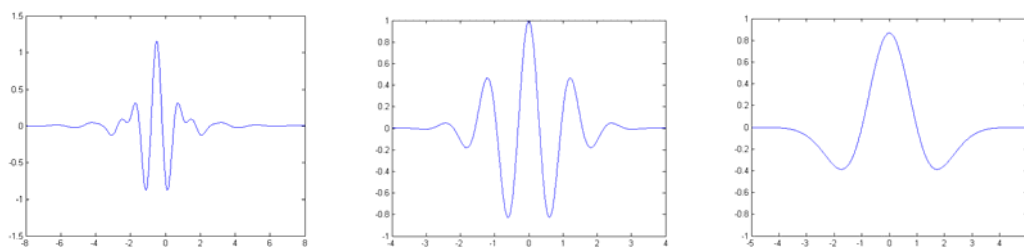
1. Проблемы стандартной цифровой техники

И выстригут тебя крестообразно...

из т/ф «Гардемарины, вперед!»

Когда мы производим фотосъемку на цифровом оборудовании, камера получает огромное количество необработанной оптической информации от объекта съемки. Как следствие, необходимо производить определенное сжатие и урезание этих данных для того, чтобы сделать их более пригодными для последующей обработки, переноса и хранения. Таким образом, процесс цифровой фотографии сводится к процедуре «оцифровка-сжатие». При этом сжатие априори использует некоторую предварительную информацию о входных данных, например тот факт, что изображение, состоящее из N пикселей, может быть приближенно преобразовано в разреженную линейную комбинацию K вейвлетов (wavelet), где K много меньше N . Соответствующие вейвлетные коэффициенты могут быть вычислены из N -пиксельной матрицы, и затем легко переносятся и сохраняются. Аналогичный процесс происходит и при съемке видеокадров, содержащих F фреймов по P пикселей каждый; в этом случае вводят так называемые «воксели» (voxel), число которых естественно определить как произведение F и P .

Пару слов о том, что такое вейвлет. Само слово было придумано Морле (Morlet) и Гроссманом (Grossman) в начале 80-ых годов. В их (французском) варианте оно звучало как «ondelette» или «маленькая волна», и было преобразовано в английский путем замены «onde» на «wave». Однако впервые вейвлеты как таковые были использованы ещё Хааром (Alfred Haar) в 1909 году. В математике *вейвлетным анализом* называется частный случай гармонического анализа, который изучает возможности представления сигнала в виде быстрозатухающего осциллирующего волнового объекта, либо волнового объекта конечной длины. Этот волновой объект, называемый материнским *вейвлетом*, можно масштабировать и транслировать, чтобы получить точное представление входного сигнала. Материнский вейвлет (mother wavelet) представляется математической функцией, которая подбирается в зависимости от решаемой задачи, но должна удовлетворять требованию абсолютной и квадратурной интегрируемости. Произвольный вейвлет определяется своим материнским вейвлетом и *масштабной функцией* (father wavelet). Подобно преобразованиям Фурье, вейвлетные преобразования бывают непрерывными (CWT) и дискретными (DWT). Но в отличие от преобразований Фурье (которые представляют сигнал как сумму синусоид), вейвлеты локализованы не только в частотном интервале, но и во временном. Обычно DWT используется для кодирования источников и сжатия данных, в то время как CWT – для анализа сигналов.



Виды вейвлетных функций. Слева направо: функция Мейера, Морле, типа сомbrero.

Процесс «оцифровка-сжатие» имеет два главных недостатка. Во-первых, «железо», необходимое для первичной записи подробной оптической информации об объекте (а это мегабайты информации) в цифровой форме, весьма недешево, особенно при записи волн, частоты которых выходят за пределы чувствительности CCD и CMOS технологий. Во-вторых, последующее сжатие оцифрованных данных требует значительных вычислительных ресурсов, особенно в случае видео. Все эти проблемы пока решаются экстенсивным путем: растут размеры и разрешение CCD и CMOS матриц, быстродействие внутренних микропроцессоров, емкость карт памяти. Но эта технология имеет свои пределы, которые скоро будут достигнуты.

Несмотря на то, что процесс «оцифровка-сжатие» кажется неизбежным, в последнее время появились некоторые идеи как можно избежать начальной оцифровки (той самой, что требует захвата мегабайт исходной оптической информации). Эта теории получили

название Компрессионного Считывания (Compressive Sensing или Compressive Sampling, CS) и Компрессионной Визуализации (Compressive Imaging, CI).

2. Компрессионное считывание

Чем больше сдадим, тем лучше.

из к/ф «Джентльмены удачи»

Одним из центральных положений теории информации и обработки сигналов является то, что любые сигналы, изображения и, вообще, любые данные часто имеют определенный тип структуры, который позволяет произвести их рациональную обработку и представление. Стандартные алгоритмы сжатия используют то или иное декоррелирующее преобразование для того, чтобы трансформировать энергию коррелированного сигнала в небольшое (но достаточное) количество коэффициентов. Такие кодировщики-преобразователи (transform coders) используют тот факт, что многие сигналы допускают *разреженное* (sparse) представление с каким-нибудь базисом, которое позволяет сохранить или передать N начальных данных с помощью малого количества специально подобранных коэффициентов K , так что K много меньше N . Например, гладкие изображения являются разреженными в базисе Фурье, а кусочно-гладкие – в вейвлетном базисе (это, кстати, прямо используется в стандартах кодирования JPEG и JPEG2000).

Стандартная процедура трансформирующего преобразования (transform coding) сигналов, допускающих разреженное представление, заключается в следующем. На первом этапе происходит захват полного N -размерного сигнала (N пикселей или вокселей в случае цифрового фото или видео). На втором для него вычисляется полное множество коэффициентов преобразования (transform coefficients). На третьем этапе из этого множества выбирается K наиболее важных коэффициентов, остальные отбрасываются. И на последнем этапе величины и месторасположение этих K коэффициентов кодируются. Во многих случаях, когда N большое, а K малое, такая процедура оцифровки является неэффективной, и слишком большой процент входных аналоговых данных оказывается отброшенным. В любом случае, алгоритм сам по себе не может определить, какая из компонент входной информации является самой важной.

В связи с этим возникает простой вопрос: можно ли для заданного сигнала *напрямую* оценить набор наиболее важных коэффициентов, которые не будут отброшены кодировщиком-преобразователем? Ответ на этот вопрос и призвана дать теория компрессионного считывания, основы которой были разработаны в 2004 Донохо (Donoho), Кандесом (Candes), Ромбергом (Romberg) и Тао. Они продемонстрировали, что сигнал, K -разреженный в каком-нибудь базисе, может быть восстановлен из s K

неадаптивных линейных проекций на второй базис, где c – малая по величине константа пропуски (overmeasuring constant). Первый базис называется *базисом разрежения* (sparsity basis), а второй - *базисом измерения* (measurement basis), и они не коррелируют друг с другом.

В переводе на русский их идея состоит в следующем: если провести некоторое число измерений объекта и получить, соответственно, случайным образом некоторое число его проекций, то потом из этой информации можно извлечь самую необходимую информацию об объекте, уже в сжатой и оптимизированной K -форме, причем это можно сделать напрямую, без предварительного (мультипиксельного) захвата! Но какой физический процесс можно использовать для технической реализации этого проецирования?

3. Компрессионная визуализация и DMD/DLP-технология

Есть такая партия!

В.И. Ленин

Теория компрессионной визуализации ставит своей целью техническую реализацию идей теории компрессионного считывания. В настоящее время в её основе лежит цифровая микрзеркальная (Digital Micromirror Device или DMD) технология для проекторов, разработанная Ларри Хорнбеком (Larry Hornbeck) и Уильямом «Эдом» Нельсоном (William "Ed" Nelson) из компании Тексас Инструментс (Texas Instruments) в 1987 году. В свою очередь, прообразом этой технологии была деформируемая микрзеркальная технология (Deformable Micromirror Device) 1977 года, использовавшая микромеханические аналоговые модуляторы света. Первым продуктом на базе оптического полупроводника DMD был принтер авиабилетов TI DMD2000, в котором вместо лазерного сканера был использован чип DMD.

На поверхности полупроводникового DMD-чипа находится несколько сотен тысяч микроскопических зеркал, выстроенных в прямоугольном порядке, что соответствует порядку пикселей в изображении, которое получается. Зеркала могут индивидуально вращаться в пределах 10-12 градусов, чего достаточно для обеспечения двоичного режима «включен-выключен». В состоянии «включен» свет отражается сквозь линзу на экран, создавая там яркий пиксель. В состоянии «выключен» свет направляется куда-нибудь в другое место, например, в тепловой радиатор, и пиксель выглядит темным.

Каждое микрзеркало сделано из алюминия и имеет размер порядка 16 микрон по диагонали. Оно монтируется на рамке, которая в свою очередь соединяется с двумя опорными столбиками при помощи крутильной струны. Такая струна закреплена на концах и закручивается в середине. Из-за малых масштабов усталость её материала не

является проблемой – тесты показали, что даже один триллион операций не дают ощутимого износа. Кроме того, crash-тест показал, что струны не повреждаются в результате вибрации и ударов умеренной силы, так как импульс эффективно поглощается всей DMD-конструкцией.

Далее, положением зеркала управляют две пары электродов с помощью электростатической силы. Каждая пара имеет по электроду на каждой стороне крутильной струны, при этом одна из пар действует на зеркальце и другая – на рамку. Большинство времени к обеим сторонам одновременно прикладываются равные электрические заряды, что удерживает зеркальце в одном положении. Чтобы сдвинуть зеркальце, необходимое состояние вначале загружается в ячейку SRAM, которая находится под пикселем и также подключена к электродам. Затем напряжение смещения с электродов убирается по всему чипу, и все зеркала одновременно выполняют поворот. Этим достигается более точный хронометраж и движение изображения, приближенное к воспроизводимому на киноплёнке.

SRAM (Static Random Access Memory или статическая память случайного доступа, не путать с SDRAM или PSRAM) это вид полупроводниковой памяти, который сохраняет записанную информацию, пока к ней приложено питающее напряжение, в отличие от динамической памяти DRAM, которая периодически обновляется. SRAM бывает синхронной (обновление и передача данных управляется часами, и с ними же ассоциируются адрес, данные и контрольные сигналы) и асинхронной (независима от каких-либо часов, данные контролируются путем переноса адреса). SRAM быстрее DRAM и обычно используется там, где скорость является приоритетной – например, в кэшах процессоров и буферах роутеров.

О цвете. Чтобы воспроизвести шкалу серого, каждое зеркало очень быстро включается и выключается, и отношение интервала времени во включенном состоянии к интервалу времени в выключенном состоянии определяет оттенок – это так называемая *двоичная широтно-импульсная модуляция*. Современные DMD-чипы могут воспроизводить до 1024 оттенков серого.

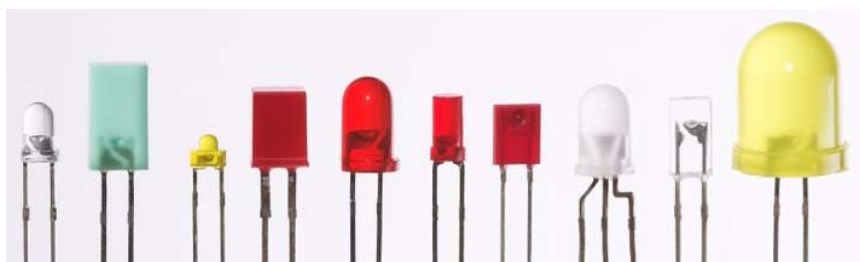


Логотип DLP-технологии

Чтобы воспроизводить другие цвета, на базе DMD-технологии была развита DLP-технология (Digital Light Processing или Обработка Оцифрованного Света). Она использует два основных метода для создания цветного изображения, *одночипные*

проекторы (single-chip projectors) и *трехчипные проекторы*. В методе одночипной проекции между лампой и DMD-чипом ставится цветное колесо, разделенное на четыре сектора. Первые три окрашены в первичные цвета (красный, зеленый, голубой), а четвертый оставлен прозрачным – для увеличения яркости. DMD-чип синхронизируется с вращением колеса таким образом, что зеленая компонента отображается на DMD, когда зеленая секция колеса находится впереди лампы, и аналогично для остальных двух цветов. Таким образом, красные, зеленые и синие изображения последовательно изображаются с достаточно высокой скоростью (от одного до трех оборотов на каждый кадр), создавая эффект полноцветности. В некоторых современных моделях вместо колеса и лампы ставят очень яркие светодиоды.

Светодиод (Light Emitting Diode или LED) это полупроводник, который излучает некогерентный свет с узким спектром излучения, если к нему приложено постоянное электрическое поле – одна из разновидностей эффекта *электролюминесценции*. Первый действующий светодиод с излучением в видимом спектре был изобретен Ником Холоньяком Мл. (Nick Holonyak Jr.) из Дженерал Электрик в 1961 году. Как и обычный диод, светодиод состоит из полупроводниковой пластины с примесями, подобранными таким образом, чтобы создать полупроводниковый p - n-переход, например, арсенид галлия GaAs. Ток легко течет по направлению от p-стороны (анода) к n-стороне (катоде), но не наоборот. Носители заряда, электроны и электронные *дырки* (термин в физике твердого тела, означающий отсутствие электрона в заполненной валентной зоне), поступают в переход от двух отдельных электродов с различными напряжениями. Когда электрон встречает дырку, он переходит на более низкий энергетический уровень и соответственно излучает разность энергии в форме кванта света, фотона. Цвет излучаемого света зависит от структуры и состояния используемого полупроводникового материала, и может лежать в диапазоне от инфракрасного до ультрафиолетового.



Светодиоды могут быть всевозможных форм и расцветок. Наиболее распространены цилиндрические светодиоды диаметром пять миллиметров.

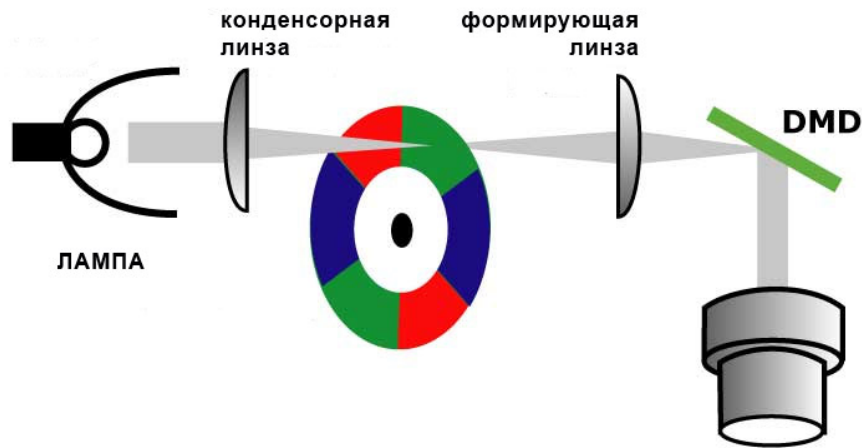
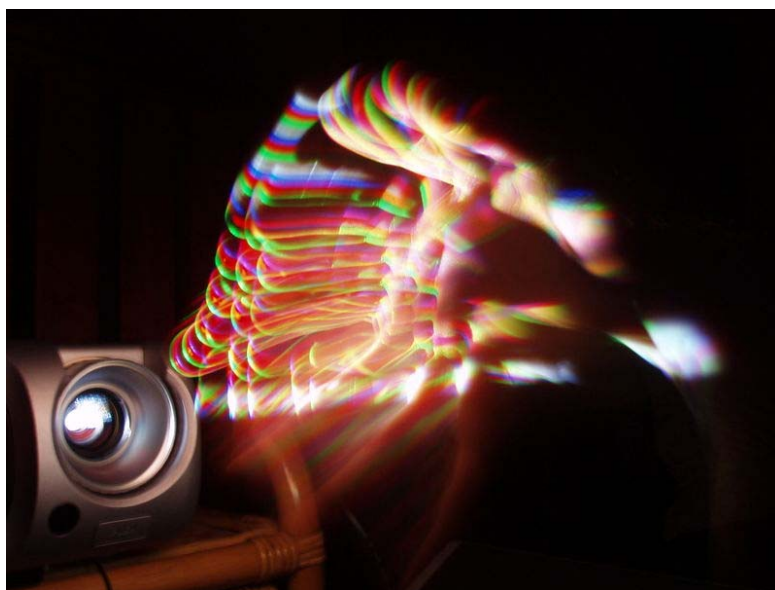


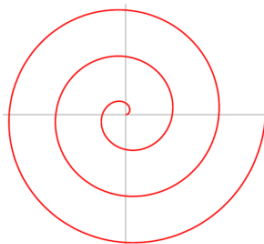
Схема простейшего DLP-проектора.



Одночипный проектор. Поочередно выдает красный, зеленый и голубой цвета, когда воспроизводит изображение или (как на этой фотографии) освещает движущуюся ладонь.

Метод одночипной проекции имеет недостаток, известный под названием [эффект DLP-радуги](#) (DLP "Rainbow Effect"). Это разновидность психофизиологического обмана зрения, которая обобщенно называется *порог слияния мельканий* (flicker fusion threshold). Когда белые или яркие предметы демонстрируются на темном экране (например, движущиеся титры в конце американских фильмов), многие люди видят короткие разноцветные вспышки в теневой части. Как было сказано, в одночипном DMD проекторе в каждый промежуток времени отображается только один цвет. Но если глаз начинает двигаться по проецируемому изображению, он начинает видеть и другие цвета, т.е. радуго. Один метод устранения этого эффекта – это вращать цветное колесо с более высокой скоростью. Другой – располагать цвета не по окружности, а по спирали Архимеда. Это формирует цветовые полосы, которые быстро движутся вверх или вниз по экрану, что подавляет эффект радуги, кроме того, теперь микрозеркала могут отображать более чем один цвет за цикл. Наконец, в третьем методе, наиболее

современном и технологичном, используются вышеупомянутые светодиоды, высокие частоты мерцания которых исключают эффект радуги.



Спираль Архимеда.

Далее, в методе трехчипной проекции используется призма - для того, чтобы расщепить белый свет лампы, затем каждый первичный цвет направляется на свой DMD-чип, где он преобразуется и выводится наружу посредством линз. Если одночипные DLP системы способны воспроизводить 16.7 миллионов цветов (24 бит), то трехчипные – до 35 триллионов!

Основными достоинствами проекционной DLP-технологии являются:

- Четкое изображение без дрожания
- Неискаженная геометрия и отличная линейность шкалы серого
- Прекрасный уровень *ANSI-контраста* (это такой метод измерения статического контраста, когда берется тестовое изображение в виде шахматной доски и одновременно измеряются величины освещенности)
- Отсутствие выгорания экрана со временем (проектор ведь!)
- Уменьшенный по сравнению с жидкокристаллическими проекторами эффект ширмы (screen-door effect, обман зрения, возникающий когда тонкие линии, разделяющие пиксели проектора, становятся видимыми на проецируемом изображении, вызывая появление сетки на экране). На DLP проекторах эффект ширмы легко убирается путем небольшого расфокусирования изображения, чем слегка размываются границы каждого пикселя.
- Меньший вес и габариты по сравнению с CRT-проекторами (*CRT-проектор* это проектор, который использует три покрытых люминофором трубки, каждая из которых проецирует красный, зеленый и синий цвета).
- Более длительный срок службы по сравнению с CRT и плазменными системами – ввиду наличия легко заменяемого источника света.

Основными недостатками проекционной DLP-технологии являются:

- Некоторые одночипные проекторы страдают от эффекта радуги
- Проекторы не такие тонкие, как жидкокристаллические или плазменные дисплеи
- Шум от вентилятора

- Эффект ширмы может проявляться на близких расстояниях или на проекторах с низким разрешением
- Размывание цветов (dithering noise) может появляться в темных областях изображения
- Ввиду того, что один пиксель не может выдать оттенок абсолютно точно и поэтому необходимо усреднение по нескольким пикселям, могут проявляться артефакты случайного размывания цвета
- Посредственный уровень релейного (on-off) контраста (это такой метод измерения контраста, при котором максимально убирается влияние окружающего освещения) по сравнению с CRT-системами.
- Увеличенное запаздывание улучшения разрешения (upscaling lag), которое может влиять на время отклика в видеоиграх.
- При максимальной яркости может ухудшаться цветопередача желтого и красного.
- Дорогие лампы (200-500 долларов США)

В настоящее время DLP-технология занимает около 10 % рынка рирпроекторного (rear-projection) ТВ. В 2004 было продано около двух миллионов систем от 50 производителей. Продажа DLP-чипов уже составляет около 5% всех продаж продуктов Тексас Инструментс.

4. Любимая камера университета Райс

Я видел! - Что видел? - Не знаю, но видел!
из к/ф "Земля Санникова"

Таким образом, DMD-чип работает как своего рода аналоговый оптический компьютер. Каждый раз, перед тем как пиксель-циклоп «посмотрит» на объект, DMD-массив приводится в состояние со случайным набором ориентаций микрозеркал. Затем производится проецирование. Эта процедура повторяется приблизительно десять тысяч раз – столько, сколько нужно чтобы получить необходимое число K тех самых наиболее важных коэффициентов, в которых будет закодирована достаточная информация об объекте. Дальнейшая обработка информации (а именно, градации света в пикселе и картинки от микрозеркал) производится на удаленном компьютере, где с помощью алгоритмов теории компрессионного считывания (таких как *минимизация полной вариации*, Total Variation Minimization) реконструируется изображение объекта. Таким образом, проблема сжатия изображения до удобоваримых размеров перекладывается с камеры на удаленный компьютер и тем самым уменьшается стоимость самой камеры, её расход энергии, и увеличивается продолжительность работы на одной подзарядке.

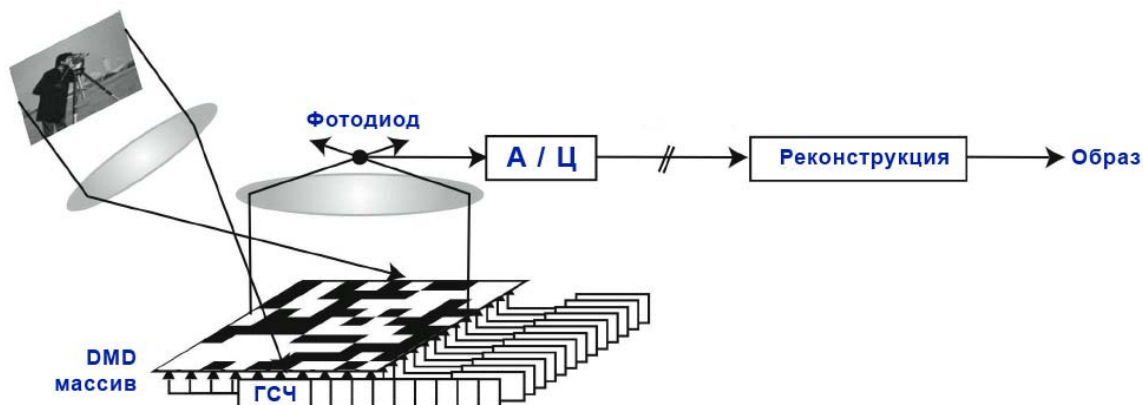
В-общем, вопрос за технической реализацией такой камеры. С этой целью несколько профессоров и аспирантов факультета электрической и компьютерной инженерии университета Райс (Rice), США, объединились в Группу Обработки Цифрового Сигнала (Digital Signal Processing Group). Группа ГОЦС в настоящее время включает ведущих исследователей Ричарда Баранюка (Richard Baraniuk, richb@rice.edu) и Кевина Келли (Kevin Kelly, kkelly@rice.edu), постдокторанта Дрора Барона (Dror Baron) и аспирантов Майкла Вакина (Michael Wakin), Дхармпала Такхара (Dharmpal Takhar), Шрирама Сарвотамы (Shriram Sarvotham), Джейсона Ласки (Jason Laska) и Марко Дуарте (Marco Duarte).



Группа ГОЦС. Слева направо: в верхнем ряду: Ричард Баранюк, Кевин Келли, Дрор Барон и Майкл Вакин, в нижнем ряду: Дхармпала Такхар, Шрирам Сарвотам, Марко Дуарте и Джейсон Ласка.

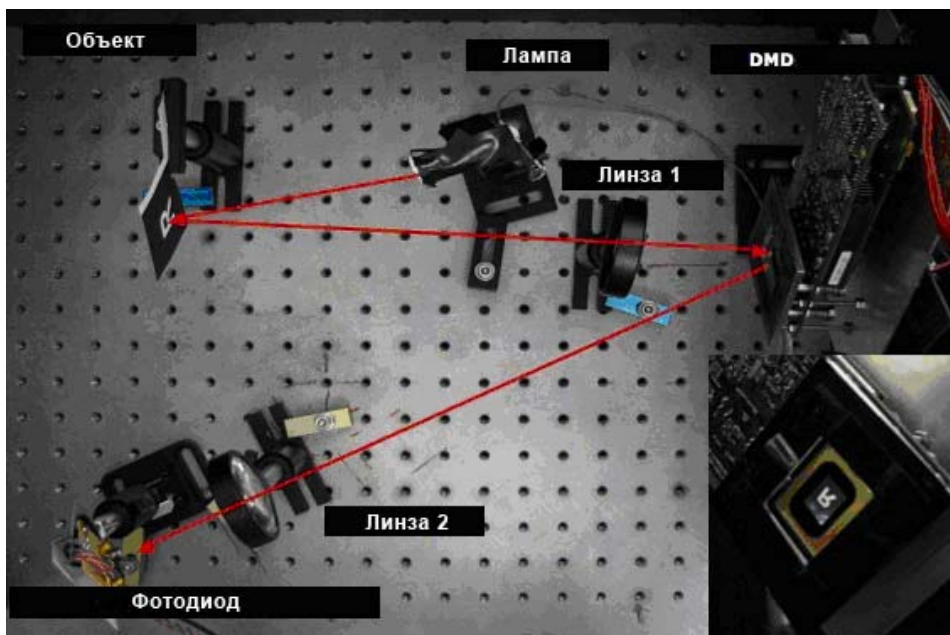
Схема работы их камеры следующая. С помощью двояковыпуклой линзы на DMD-массив подается изображение объекта, и оттуда, Свет, отраженный от части микрозеркал - тех, которые (псевдо-)случайным образом оказались в нужном положении, +12 градусов (их ориентация задается генератором случайных чисел ГСЧ) - и, с помощью второй линзы, идет на фотодиод, где суммируется. Таким образом, фотодиод выдает суммарное напряжение, которое и дает один коэффициент для такой конфигурации. Выходной сигнал фотодиода усиливается и преобразуется в цифровой с помощью 12-битного А/Ц преобразователя. Затем процесс повторяется M раз. Эти фотодиодные измерения математически интерпретируются как внутреннее (скалярное) произведение желаемого образа и вектора измерительного базиса.

Таким образом, система напрямую выдает уже сжатое множество M несвязанных проекций N -пиксельного изображения без предварительного захвата N пикселей. А поскольку камера задумана как прогрессирующая (progressive), то улучшенное качество изображения (больше K) получается по мере увеличения числа измерений M . Последнее по порядку величины не превосходит несколько тысяч.



Процесс Райс-фотографии.

А вот фотография камеры-прототипа, где объект, с которого выполнялось Райс-фотографирование – это белая буква **R** на черном фоне (R, надо полагать, означает “Rice” ... мелочь, а университету приятно):

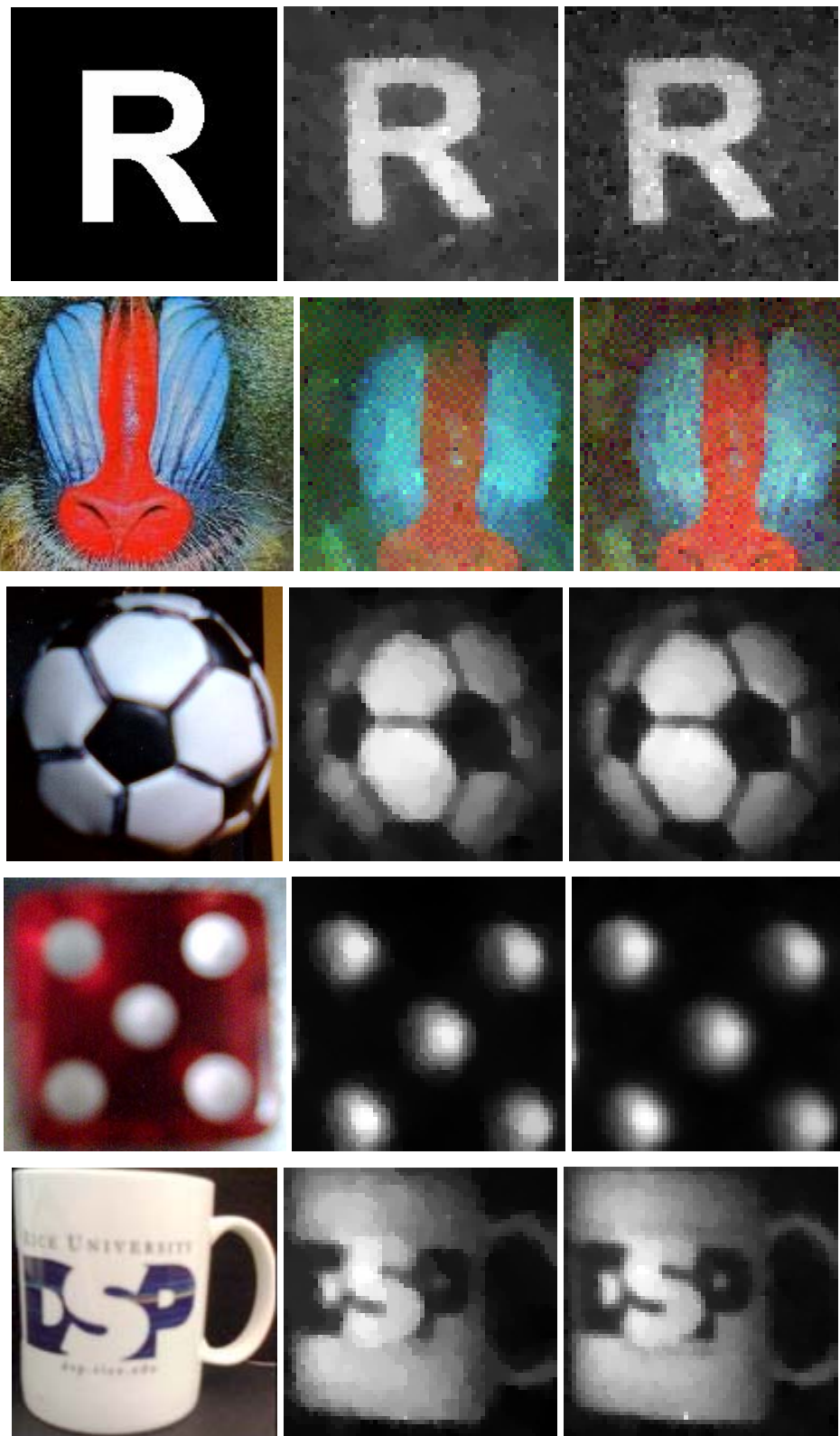


Экспериментальная Райс-камера на стенде.

5. Тестирование Райс-фото

Плаху, палача и рюмку водки!
из к/ф "Обыкновенное чудо"

Тесты Райс- (или случайно-проектированной) фотографии неподвижных объектов проводились следующим образом. Бралось изображение размером $N = 4096$ пикселей, цветные и черно-белые, резкие и не очень, и для них проводились случайные DMD-измерения – 800 и 1600 раз. Соответственно в каждом ряду, первое изображение – это оригинал, затем идет результат 800 измерений, и затем – 1600.



Видно, что качество изображения пока, прямо скажем, не фонтан. Для получения более менее приличного качества этих измерений должно быть несколько тысяч (чем больше M , тем больше K), то есть пиксель-циклоп должен «моргнуть» несколько тысяч раз за те десятые или сотые доли секунды, что отводятся на открытие затвора. Это техническая проблема, на которую сейчас брошены все силы группы ГОЦС – сократить время K -захвата изображения.

Впрочем, если вспомнить, с какого качества начиналась обычная фотография, то можно предположить, что лет эдак через десять никто не будет спрашивать, сколько мегапикселей у твоей камеры или сколько гигабайт «влезит» в её карту памяти, точно также как сейчас уже никто не спрашивает, какой толщины фотоэмульсия на пластине. Вместо этого эксперты будут спрашивать что-нибудь вроде сколько тысяч коэффициентов в базисе преобразования она может записать за 1/100 секунды. А дилетанты могут спросить, сколько триллионов цветов она может записать или как хорошо она «берет» рентген, ультрафиолет или инфракрасный диапазон. Да-да, Райс-фотография по определению может иметь более широкий диапазон обрабатываемых длин волн, чем обычная химическая или цифровая CMOS или CCD. Это проистекает из особенностей DMD-технологии и теории компрессионного считывания.

5. Тестирование Райс-видео

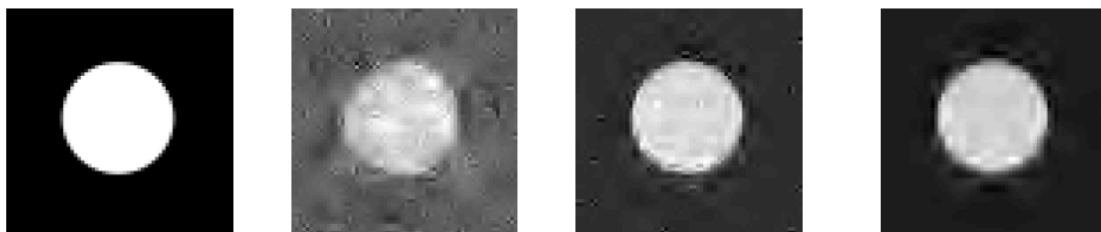
Ну просто праздник какой-то!

из к/ф "Приключения Буратино"

А как насчет Райс-видео? И здесь эта технология преподносит сюрприз – опять же благодаря теории компрессионного считывания. В отличие от стандартного процесса видеосъемки, который заключается в захвате изображения кадр за кадром, Райс-видео технология может быть двух видов. Во-первых, можно снимать видео опять же как последовательность кадров, каждый из которых является Райс-фотографией – это так называемая случайно-проектированная 2D КС видеосъемка. Но технология компрессионного считывания позволяет также делать случайно-проектированный захват *всей* видеопоследовательности с последующей реконструкцией на 3D декодере, используя 3D вейвлеты в качестве базиса индуцированного разрежения. Это – так называемая случайно-проектированная 3D КС видеосъемка. Оказывается, что второй КС вариант по качеству значительно опережает первый, так как вейвлетное 3D преобразование является значительно более разреженным, чем набор вейвлетных преобразований 2D-изображения.

Итак, для тестирования брался белый диск, движущийся сверху вниз на черном фоне. На крайнем левом рисунке изображен 32-ой кадр 64-кадровой последовательности

(всего получается 64×64 изображений диска, что в сумме дает 262,144 вокселя). На следующем рисунке показан результат случайно-проектированной 2D КС видеосъемки, использующей 20,000 случайных 2D проекций (313 независимых проекций для каждого кадра в последовательности). На третьем слева рисунке показан результат случайно-проектированной 3D КС видеосъемки при 20,000 случайных 3D проекций, использующих 3D вейвлеты в качестве базиса индуцированного разрезания. Наконец, крайняя правая фотография – это результат 3D вейвлетного сжатия обыкновенного видео при общем числе коэффициентов $K=2000$. Как было сказано выше, качество случайно-проектированной 3D КС видеосъемки намного выше, чем 2D КС, что и демонстрирует сравнение двух центральных рисунков.



Тест видео. Слева направо: обычное видео без сжатия, 2D КС, 3D КС, обычное видео с сжатием. Последние два изображения практически одинаковы, но не забывайте, что первое из них было получено «на лету», то есть без предварительного мультипиксельного захвата.

Литература

- D. Donoho, “Compressed sensing,” 2004, Preprint.
- E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, “Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information”, 2004, Preprint.
- Вебсайт Группы Обработки Цифрового Сигнала (Digital Signal Processing Group)
<http://www.dsp.ece.rice.edu>